

## 引文格式:

朱志浩, 李蔚, 高直, 等. 基于模糊自适应滑模算法的多机械臂力/位混合控制 [J]. 集成技术, 2023, 12(3): 72-81.

Zhu ZH, Li W, Gao Z, et al. Force/position hybrid control of multi-manipulator based on fuzzy adaptive sliding mode algorithm [J]. Journal of Integration Technology, 2023, 12(3): 72-81.

## 基于模糊自适应滑模算法的多机械臂力 / 位混合控制

朱志浩<sup>1\*</sup> 李蔚<sup>1</sup> 高直<sup>2</sup> 郭毓<sup>3</sup> 马凯辉<sup>1</sup> 林晖<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(盐城工学院电气工程学院 盐城 224051)

<sup>2</sup>(盐城工学院信息工程学院 盐城 224051)

<sup>3</sup>(南京理工大学自动化学院 南京 210094)

**摘要** 针对多机械臂力/位混合控制受摩擦力等不确定因素影响的问题, 该文提出了一种基于模糊自适应鲁棒滑模算法的控制方法。首先, 根据机械臂及物体的动力学方程, 构建多机械臂系统模型, 并将模糊算法与自适应滑模算法相结合; 然后, 对不确定因素及未知非线性项进行补偿, 利用鲁棒算法对系统可靠性进行提升; 最后, 基于李雅普诺夫方法, 证明了该系统的稳定性。仿真结果显示, 该方法可显著提升控制器的控制精度和系统响应速度。

**关键词** 多机械臂; 力/位混合控制; 模糊自适应控制; 滑模控制; 鲁棒控制

**中图分类号** TP 241 **文献标志码** A **doi**: 10.12146/j.issn.2095-3135.20220924001

## Force/Position Hybrid Control of Multi-manipulator Based on Fuzzy Adaptive Sliding Mode Algorithm

ZHU Zhihao<sup>1\*</sup> LI Wei<sup>1</sup> GAO Zhi<sup>2</sup> GUO Yu<sup>3</sup> MA Kaihui<sup>1</sup> LIN Hui<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(School of Electrical Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224051, China)

<sup>2</sup>(School of Information Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224051, China)

<sup>3</sup>(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

\*Corresponding Author: zhzhu@ycit.edu.cn

**Abstract** Subject to the friction and other uncertain factors, the multi-manipulator force & position hybrid controlling method is still a challenging issue. To investigate this problem, this paper proposes a hybrid control method based on fuzzy adaptive robust sliding mode algorithm. Firstly, the multi-manipulator system model

收稿日期: 2022-09-24 修回日期: 2023-03-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973167); 盐城工学院校级科研项目(xjr2020041); 江苏省产学研合作项目(BY2022495); 教育部产学研合作协同育人项目(22097110113736)

作者简介: 朱志浩(通讯作者), 博士, 讲师, 研究方向为机器人控制、航天器编队控制、多智能体控制、非线性系统控制等, E-mail: zhzhu@ycit.edu.cn; 李蔚, 硕士研究生, 研究方向为多机械臂协同控制; 高直, 博士, 讲师, 研究方向为机械臂控制、机器视觉、非线性系统控制等; 郭毓, 博士, 教授, 研究方向为机器人控制、航天器控制、非线性系统控制等; 马凯辉, 本科生, 研究方向为机械臂控制; 林晖, 本科生, 研究方向为机械臂控制。

is constructed with consideration of both multi-manipulator and the object dynamics equations. Secondly, the fuzzy algorithm is combined with the adaptive sliding mode algorithm to compensate for uncertain factors and unknown nonlinear terms, so as to improve the system reliability. Simulation results showed that, both controlling accuracy and responding time of the system can be improved by the proposed method.

**Keywords** multi-manipulator; force/position hybrid control; fuzzy adaptive control; sliding mode control; robust control

**Funding** This work is supported by National Natural Science Foundation of China (61973167), School Level Scientific Research Project of Yancheng Institute of Technology (xjr2020041), Jiangsu Province Industry-University-Research Cooperation Project (BY2022495), and Cooperative Education Project of the Ministry of Education (22097110113736)

## 1 引言

目前, 多机械臂系统<sup>[1-5]</sup>在工业生产、成品装配等诸多领域发挥着重要作用<sup>[6-8]</sup>, 但其仍存在诸多问题: (1)在实际工作过程中, 多机械臂系统容易受到摩擦力等不确定因素的影响, 进而导致多机械臂系统的控制精度及稳定性较差<sup>[9]</sup>; (2)当多个机械臂末端执行器同时控制同一物体时, 会产生夹持内力<sup>[10-11]</sup>, 内力过小会导致机械臂无法稳固控制物体, 内力过大则会对被控物体造成损伤。因此, 首先需要克服摩擦力等不确定因素对系统的影响, 其次要保证机械臂稳固控制物体的同时不对物体造成损伤。针对上述问题, 国内外专家提出了诸多控制方法, 如滑模控制<sup>[12-13]</sup>、自适应控制<sup>[14-16]</sup>、神经网络控制<sup>[17-18]</sup>等。Kawasaki 等<sup>[19]</sup>提出了一种多机械臂系统分布式自适应协调控制方法, 并引入了一种新的参考模型; Sun 等<sup>[20]</sup>通过改进滑模控制策略, 促进控制策略在有限时间内均匀收敛到零; Cicek 等<sup>[21]</sup>针对参数的不确定性提出了一种自适应控制器, 实现了网络的渐近同步, 虽然系统动力学中存在参数不确定性, 但该自适应控制器在联合空间和任务空间中均能实现网络的渐近同步; Yang 等<sup>[22]</sup>设计了一种新的非奇异积分终端滑模控制, 解决了

具有外在扰动及系统不确定性的双边遥控操作系统的固定时间同步控制问题。然而, 上述控制策略解决的问题较为单一, 控制方案较为复杂。因此, 本文提出了一种基于模糊自适应鲁棒滑模算法的多机械臂力/位混合控制方法。模糊控制理论最早由 Zadeh 及 Mamdani 提出, 该算法本质上是一种非线性控制, 主要针对系统过于复杂或参数具有不确定性<sup>[23-25]</sup>等情形。首先, 本文控制方法将模糊算法与自适应滑模算法相结合, 对不确定因素及未知非线性项进行补偿, 并利用鲁棒算法提高系统的稳定性; 其次, 将内力控制与位置控制引入同一控制器中, 设计新的力/位混合控制器, 进而提升控制器的控制精度及系统的响应速度; 最后, 经李雅普诺夫方法验证, 证明了系统的稳定性, 并经过试验仿真, 验证了控制策略的有效性。

## 2 问题描述

如图 1 所示, 建立由  $k$  个  $n$  自由度机械臂及被控物体组成的多机械臂系统模型, 其中,  $\{O\}$  为任务空间坐标系,  $\{G\}$  为物体重心坐标系,  $\{E_i\}$  ( $1 \leq i \leq k$ ) 为以机械臂末端执行器为原点的坐标系。该模型满足如下几点假设<sup>[26-28]</sup>。

假设 1: 每个机械臂的自由度均相同, 且被控物体为刚性;

假设 2: 所有转换矩阵均满秩且有界。

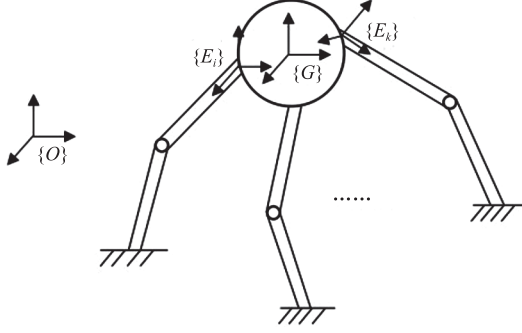


图 1 多机械臂系统模型图

Fig. 1 Model diagram of multi-manipulator systems

## 2.1 多机械臂动力学模型

第  $i$  个机械臂动力学模型如公式(1)所示。

$$D_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) + J_{e_i}^T(q_i)F_{e_i} + F(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) = \tau \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (1)$$

其中,  $q_i \in \mathbf{R}^n$  为机械臂角度向量;  $\dot{q}_i$  为  $q_i$  的一阶导数;  $\ddot{q}_i$  为  $q_i$  的二阶导数;  $D_i(q_i) \in \mathbf{R}^{(n \times n)}$  为质量矩阵;  $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbf{R}^{(n \times n)}$  为离心力与哥氏力矩阵;  $G_i(q_i) \in \mathbf{R}^n$  为重力矩阵;  $J_{e_i}(q_i) \in \mathbf{R}^{(n \times n)}$  为从  $q_i$  到机械臂末端位置向量的雅可比矩阵;  $F_{e_i} \in \mathbf{R}^n$  为机械臂末端作用力;  $F(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) \in \mathbf{R}^n$  为由摩擦等不确定因素所组成的项;  $\tau$  为控制力矩。

由  $k$  个机械臂所组成的多机械臂动力学模型如公式(2)所示。

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + J_e^T(q)F_e + F(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \tau \quad (2)$$

其中,  $q = [q_1^T, q_2^T, \dots, q_k^T]^T \in \mathbf{R}^{kn}$ ;

$D(q) =$

$$\text{blockdiag}[D_1(q_1), D_2(q_2), \dots, D_k(q_k)] \in \mathbf{R}^{kn \times kn};$$

$C(q, \dot{q}) =$

$$\text{blockdiag}[C_1(q_1, \dot{q}_1), C_2(q_2, \dot{q}_2), \dots, C_k(q_k, \dot{q}_k)] \in \mathbf{R}^{kn \times kn};$$

$$G = [G_1^T, G_2^T, \dots, G_k^T]^T \in \mathbf{R}^{kn};$$

$$J_e = \text{blockdiag}[J_{e_1}, J_{e_2}, \dots, J_{e_k}] \in \mathbf{R}^{kn \times kn};$$

$$F_e = [F_{e_1}^T, F_{e_2}^T, \dots, F_{e_k}^T]^T \in \mathbf{R}^{kn};$$

$$F(q, \dot{q}, \ddot{q}) = [F_1^T, F_2^T, \dots, F_k^T]^T \in \mathbf{R}^{kn};$$

$$\tau = [\tau_1^T, \tau_2^T, \dots, \tau_k^T]^T \in \mathbf{R}^{kn}.$$

公式(2)所描述的多机械臂动力学模型具有如下性质。

性质 1: 存在正数  $k_1, k_2$  满足公式(3)。

$$k_1 \|s\|^2 \leq s^T D(q)s \leq k_2 \|s\|^2 \quad (3)$$

性质 2:  $\dot{D}(q) - 2C(q, \dot{q})$  为斜对称矩阵, 满足等量关系如公式(4)所示。

$$s^T (\dot{D}(q) - 2C(q, \dot{q}))s = 0, \forall s \in \mathbf{R} \quad (4)$$

## 2.2 被控物体动力学模型

被控物体的动力学方程如公式(5)所示。

$$D_o(x)\ddot{x} + C_o(x, \dot{x})\dot{x} + G_o(x) = F_o \quad (5)$$

其中,  $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T]^T \in \mathbf{R}^n$  为被控物体的位置向量;  $D_o(x) \in \mathbf{R}^{(n \times n)}$  为被控物体的质量矩阵;  $C_o(x, \dot{x}) \in \mathbf{R}^{(n \times n)}$  为被控物体的离心力与哥氏力矩阵;  $G_o(x) \in \mathbf{R}^n$  为被控物体的重力矩阵;  $F_o \in \mathbf{R}^n$  为被控物体所受外力, 其计算公式如公式(6)所示。

$$F_o = \sum_{i=1}^k (J_{o_i}^T F_{e_i}) \quad (6)$$

其中,  $J_{o_i}(x) \in \mathbf{R}^{(n \times n)}$  为从机械臂末端位置向量到  $x$  的雅可比矩阵;  $F_{e_i} \in \mathbf{R}^n$  为机械臂末端作用力  $F_e$  可分为内力  $F_I \in \mathbf{R}^{k \times n}$  和外力  $F_o \in \mathbf{R}^{k \times n}$  两部分。

在以物体重心为原点的坐标系下, 物体所受内力总和为零, 即  $J_o^T F_I = 0$ 。

由公式(6)可得:

$$F_e = (J_o^T)^+ F_o + F_I \quad (7)$$

其中,  $(J_o^T)^+ \in \mathbf{R}^{(kn \times n)}$  为  $J_o^T$  的伪逆矩阵。

## 2.3 多机械臂系统动力学模型

取  $x_i \in \mathbf{R}^n$  为第  $i$  个机械臂末端位置向量, 有

$$x_i = [x_{i_1}^T, x_{i_2}^T, \dots, x_{i_k}^T]^T \in \mathbf{R}^{kn}, \text{ 设:}$$

$$x_i = \varphi(q) \quad (8)$$

其中,  $\varphi(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为角度向量  $q$  到位置向量  $x_i$  的

变换矩阵。

公式(8)左右同时对时间  $t$  求导, 得到公式(9)。

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{J}_e(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{J}_e(\mathbf{q}) = \frac{\partial \varphi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 。

又有  $\mathbf{J}_o(\mathbf{x})$  为从机械臂末端位置向量到被控物体的位置向量的雅可比矩阵, 则:

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{J}_o(\mathbf{x})\dot{\mathbf{x}} \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{J}_o(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^{(n \times n)}$ 。

由公式(9)~(10)可推导出  $\mathbf{J}_e(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_o(\mathbf{x})\dot{\mathbf{x}}$ ,

再由假设 2 可知  $\mathbf{J}_e$  可逆, 则有:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^{-1} \mathbf{J}_o \dot{\mathbf{x}} \quad (11)$$

公式(11)左右同时对时间  $t$  求导, 得:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^{-1} (\mathbf{J}_o \ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{J}}_o \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}}) \quad (12)$$

将公式(5)、(7)、(11)和(12)代入公式(2), 得:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{D}}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_e^T \mathbf{F}_l + \\ \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) = \boldsymbol{\tau} \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\bar{\mathbf{D}} = \mathbf{D} \mathbf{J}_e^{-1} \mathbf{J}_o + \mathbf{J}_e^T (\mathbf{J}_o^T)^+ \mathbf{D}_o$ ;

$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{D} \mathbf{J}_e^{-1} (\dot{\mathbf{J}}_o - \dot{\mathbf{J}}_e \mathbf{J}_e^{-1} \mathbf{J}_o) + \mathbf{C} \mathbf{J}_e^{-1} \mathbf{J}_o + \mathbf{J}_e^T (\mathbf{J}_o^T)^+ \mathbf{C}_o$ ;

$\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{G} + \mathbf{J}_e^T (\mathbf{J}_o^T)^+ \mathbf{G}_o$ 。

由于  $\mathbf{J}_o^T \mathbf{F}_l = 0$ , 令公式(13)左右两边同时左乘  $\mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T}$ , 可得多机械臂系统动力学模型如公式(14)所示。

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_a(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_a(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}_a(\mathbf{x}) + \\ \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) = \boldsymbol{\tau}_a \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{D}_a = \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \bar{\mathbf{D}}$ ;  $\mathbf{C}_a = \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \bar{\mathbf{C}}$ ;  $\mathbf{G}_a = \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \bar{\mathbf{G}}$ ;

$\boldsymbol{\tau}_a = \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \boldsymbol{\tau}$ 。

公式(14)描述的动力学方程性质与公式(2)相似。

### 3 控制器设计

设  $\mathbf{x}_d$  为期望的物体重心位置向量, 定义以下变量:

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d, \dot{\mathbf{x}}_r = \dot{\mathbf{x}}_d - \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{x}_e, \ddot{\mathbf{x}}_r = \ddot{\mathbf{x}}_d - \boldsymbol{\Lambda} \dot{\mathbf{x}}_e \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{x}_e$  为位置误差;  $\mathbf{x}_d$  为  $\mathbf{x}$  的期望位置;  $\mathbf{x}_r$  为系统误差向量;  $\boldsymbol{\Lambda} > 0$ 。滑模函数为:

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_r = \dot{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{x}_e \quad (16)$$

设计控制器为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_a = \mathbf{D}_a(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{C}_a(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{G}_a(\mathbf{x}) + \\ \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \hat{\mathbf{F}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) - \mathbf{k}_d \mathbf{s} - \mathbf{w} \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}})$  为  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}})$  的估计;  $\mathbf{k}_d > 0$ ;  $\mathbf{w} = \operatorname{diag}(w_1, \dots, w_n)$ 。

设计自适应律  $\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_i$  为:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_i = -\boldsymbol{\Gamma}_i^{-1} \mathbf{s}_i \boldsymbol{\zeta}(x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

其中,  $\boldsymbol{\theta}_i$  为理想参数;  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i - \boldsymbol{\theta}_i$  为参数估计误差, 则  $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i = \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_i$ ;  $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Gamma}^T > 0$ 。

对于变量  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ , 定义  $m_i$  个模糊集合  $A_i^{b_i} (b_i=1, 2, \dots, m_i)$ , 可用  $\prod_{i=1}^n m_i$  条模糊规则来构造模糊系统, 则有:

$$\boldsymbol{\zeta}(x, \dot{x}, \ddot{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{b_i}}(x_i)}{\sum_{b_1=1}^{m_1} \dots \sum_{b_n=1}^{m_n} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{b_i}}(x_i) \right)} \quad (19)$$

其中,  $\boldsymbol{\zeta}(x, \dot{x}, \ddot{x})$  为  $\prod_{i=1}^n m_i$  维向量;  $\mu_{A_i^{b_i}}(x_i)$  为隶属函数。

模糊系统设计为:

$$\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}}_1 \\ \hat{\mathbf{F}}_2 \\ \dots \\ \hat{\mathbf{F}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}_1^T \boldsymbol{\zeta}(x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1) \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_2^T \boldsymbol{\zeta}(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2) \\ \dots \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_n^T \boldsymbol{\zeta}(x_n, \dot{x}_n, \ddot{x}_n) \end{bmatrix} \quad (20)$$

设计如下李雅普诺夫函数:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{D}_a \mathbf{s} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \boldsymbol{\Gamma}_i \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i$$

对等号两边关于时间  $t$  求导得:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \mathbf{s}^T \mathbf{D}_a \dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{D}}_a \mathbf{s} + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i \\
&= \mathbf{s}^T (\mathbf{D}_a \ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{D}_a \ddot{\mathbf{x}}_r) + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{D}}_a \mathbf{s} + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i \\
&= \mathbf{s}^T (\boldsymbol{\tau}_a - \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{G}_a - \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \mathbf{F} - \mathbf{D}_a \ddot{\mathbf{x}}_r) + \\
&\quad \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{D}}_a \mathbf{s} + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i
\end{aligned} \quad (21)$$

将公式(17)代入公式(21), 并根据  $\dot{\mathbf{D}}_a - 2\mathbf{C}_a$  为斜对称矩阵, 推导可得:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \mathbf{s}^T (\mathbf{D}_a \ddot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{G}_a + \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \dot{\mathbf{F}} - \mathbf{k}_v \mathbf{s} - \mathbf{W} \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{G}_a - \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \mathbf{F} - \mathbf{D}_a \ddot{\mathbf{x}}_r) + \\
&\quad \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{D}}_a \mathbf{s} + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i \\
&= \mathbf{s}^T (\mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \dot{\mathbf{F}} - \mathbf{k}_v \mathbf{s} - \mathbf{W} \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \mathbf{F}) + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i \\
&\leq \mathbf{s}^T (\dot{\mathbf{F}} - \mathbf{F} - \mathbf{k}_v \mathbf{s}) + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i \\
&= -\mathbf{s}^T \mathbf{k}_v \mathbf{s} + \sum_{i=1}^n (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_i + \mathbf{s}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i \zeta(x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i)) \\
&= -\mathbf{s}^T \mathbf{k}_v \mathbf{s} \leq 0
\end{aligned} \quad (22)$$

由李雅普诺夫稳定性定理可知, 系统在平衡点处稳定, 且  $\mathbf{s}$  和  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$  有界,  $\mathbf{x}_e$  和  $\dot{\mathbf{x}}_e$  均有界。即  $t \rightarrow \infty, \mathbf{x}_e \rightarrow 0$ , 则当  $t \rightarrow \infty$  时, 跟踪误差趋于零, 闭环系统稳定。

设用于控制内力的项为:

$$\mathbf{F}_{lr} = \mathbf{F}_{ld} - \mathbf{K}_l \mathbf{e}_{Fl} \quad (23)$$

其中,  $\mathbf{K}_l > 0$ ;  $\mathbf{e}_{Fl} = \mathbf{F}_l - \mathbf{F}_{ld}$ ;  $\mathbf{F}_{ld}$  为期望内力。由  $\boldsymbol{\tau}_a = \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \boldsymbol{\tau}$  及  $\mathbf{J}_o^T \mathbf{F}_l = 0$  可得:

$$\boldsymbol{\tau}_a = \mathbf{J}_o^T \mathbf{J}_e^{-T} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_o^T \mathbf{F}_{lr} \quad (24)$$

则最终的多机械臂系统力/位控制器为:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}_e^T (\mathbf{J}_o^T)^+ \boldsymbol{\tau}_a + \mathbf{J}_e^T (\mathbf{F}_{ld} - \mathbf{K}_l \mathbf{e}_{Fl}) \quad (25)$$

## 4 仿真分析

针对双二自由度机械臂系统模型进行仿真验证, 进而证明本文控制方案的有效性。双二自由度机械臂系统模型如图2所示。

双二自由度机械臂的动力学模型参数如下:

$$\mathbf{D}_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix},$$

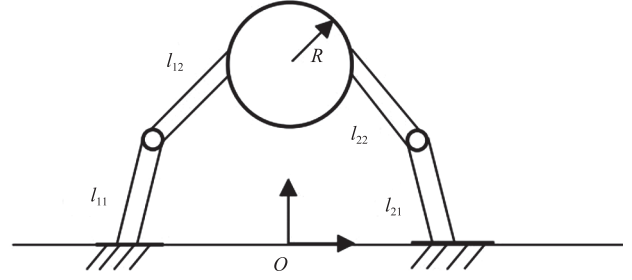


图2 双二自由度机械臂系统模型

Fig. 2 Two degree of freedom manipulator system model

$$\mathbf{D}_{11} = l_{i1}^2 (m_{i1} + m_{i2}) + l_{i2}^2 m_{i2} + 2l_{i1} l_{i2} m_{i2} \cos(q_{i2}),$$

$$\mathbf{D}_{12} = l_{i2}^2 m_{i2} + l_{i1} l_{i2} m_{i2} \cos(q_{i2}),$$

$$\mathbf{D}_{21} = l_{i2}^2 m_{i2} + l_{i1} l_{i2} m_{i2} \cos(q_{i2}),$$

$$\mathbf{D}_{22} = l_{i2}^2 m_{i2};$$

$$\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{12} \dot{q}_{i2} & -\mathbf{C}_{12} (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2}) \\ \mathbf{C}_{12} \dot{q}_{i1} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{12} = l_{i1} l_{i2} m_{i2} \sin(q_{i2});$$

$$\mathbf{G}_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{G}_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_1 = l_{i1} (m_{i1} + m_{i2}) \mathbf{g} \cos(q_{i1}),$$

$$\mathbf{G}_2 = l_{i2} m_{i2} \mathbf{g} \cos(q_{i1} + q_{i2});$$

$$\mathbf{J}_{e_i}(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2 & -\mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 + \mathbf{J}_4 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{J}_1 = l_{i1} \sin(q_{i1}), \quad \mathbf{J}_2 = l_{i2} \sin(q_{i1} + q_{i2}),$$

$$\mathbf{J}_3 = l_{i1} \cos(q_{i1}), \quad \mathbf{J}_4 = l_{i2} \cos(q_{i1} + q_{i2});$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} 0.1 \dot{x}_1 & 0.1 \text{sgn}(\dot{x}_1) \\ 0.1 \dot{x}_2 & 0.1 \text{sgn}(\dot{x}_2) \end{bmatrix}$$

物体的动力学模型参数如下:

$$\mathbf{D}_o(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} m_o & 0 \\ 0 & m_o \end{bmatrix}, \mathbf{C}_o(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = 0,$$

$$\mathbf{G}_o(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ m_o \mathbf{g} \end{bmatrix}, \mathbf{J}_o(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

定义隶属函数为:

$$\mu_{A_i^{b_i}}(x_i) = \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^{b_i}}{\pi/24}\right)^2\right)$$

其中,  $\bar{x}_i^{b_i}$  分别为  $-\pi/6, -\pi/12, 0, \pi/12, \pi/6$ ;  $b_i=1,2,3,4,5$ ;  $A_i$  分别为 NB、NS、ZO、PS、PB。

模糊系统权值中每个元素初值取 0.1。控制器参数如下:

$$\begin{aligned} l_{i_1} &= l_{i_2} = 1.0 \text{ m}, m_{i_1} = m_{i_2} = 1.0 \text{ kg}, \\ m_o &= 2.0 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, R = 0.2 \text{ m}, \\ x_1(t) &= 0.8 + 0.3 \cos(t), \\ x_2(t) &= 0.8 + 0.3 \cos(t), \\ F_{ld_1} &= F_{ld_2} = 5 \text{ N}, F_{ld_3} = F_{ld_4} = -5 \text{ N}, \\ \Lambda &= 10I_2, k_d = 50I_2, w = 2I_2, \\ K_f &= 5I_2, \Gamma = 0.01I_2 \end{aligned}$$

仿真结果如图 3~6 所示。由图 3~4 可知, 与未对摩擦力等不确定因素进行补偿的多机械臂自适应位置控制<sup>[29]</sup>相比, 本文基于模糊自适应鲁棒滑模的力/位混合控制算法能够有效提高控制器的控制精度和系统的响应速度, 在  $x_1$  位置指

令跟踪上, 本文方法仅需 0.9 s, 而对比方法需要 1.1 s; 在  $x_2$  位置指令跟踪上, 本文方法需 0.8 s, 而对比方法需要 1.2 s, 本文方法的响应速度较快。在后续跟踪过程中, 对比方法仍产生了一定的波动, 但本文方案与期望轨迹较为吻合。为更好体现出系统的控制精度, 在位置跟踪误差曲线上, 抽取时间为 1 s、4 s、7 s、10 s、13 s、16 s、19 s、22 s、25 s、28 s 的误差数据, 并组成样本组, 求得本文方法在  $x_1$  及  $x_2$  的均方误差为  $mse(x_1) = 0.58 \times 10^{-7}$ 、 $mse(x_2) = 0.05 \times 10^{-7}$ , 对比方法在  $x_1$  及  $x_2$  的均方误差为  $mse(x_1) = 17.96 \times 10^{-6}$ 、 $mse(x_2) = 11.47 \times 10^{-6}$ , 因此, 本文方法的控制精度更高。由图 5~6 可知, 受摩擦力等因素影响, 本文方案的内力误差产生了一定的波动, 但限定在较小的范围内, 且呈现出规律波动, 说明本文设计控制器具有有效性。

2014 年, 李树荣等<sup>[30]</sup>针对机械臂控制问题, 提出了一种鲁棒自适应控制算法, 并基于反步法设计出控制器。但其将控制器分为两个部分, 分别对位置和力单独控制, 这虽然降低了设

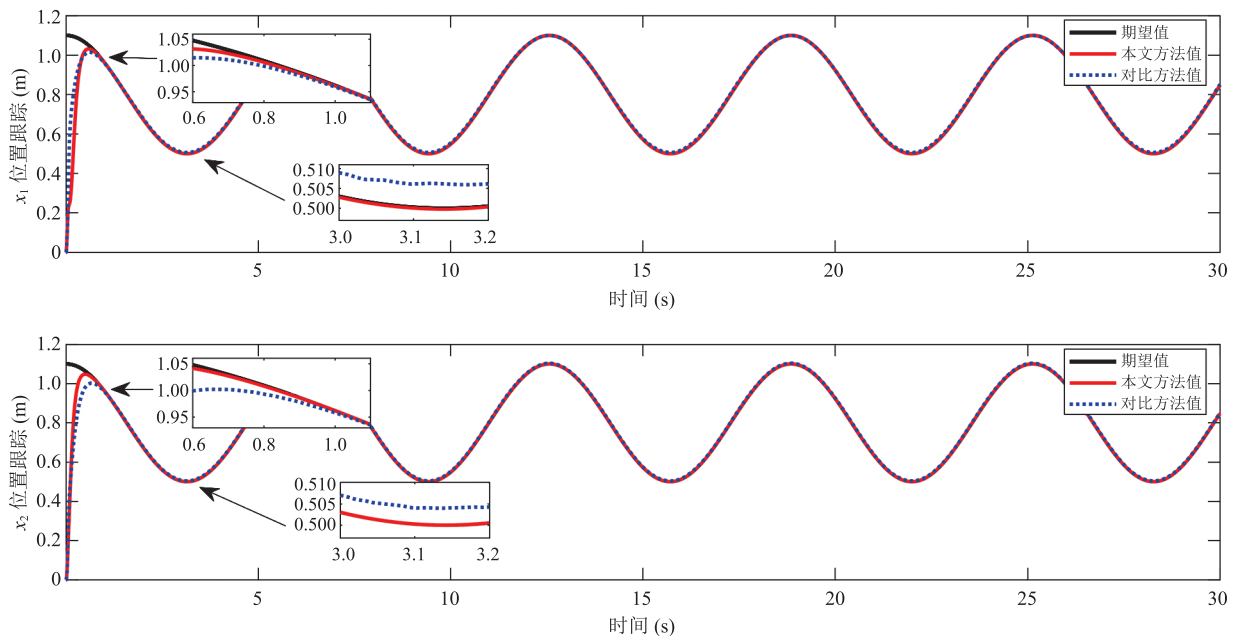


图 3 位置跟踪

Fig. 3 Position tracking

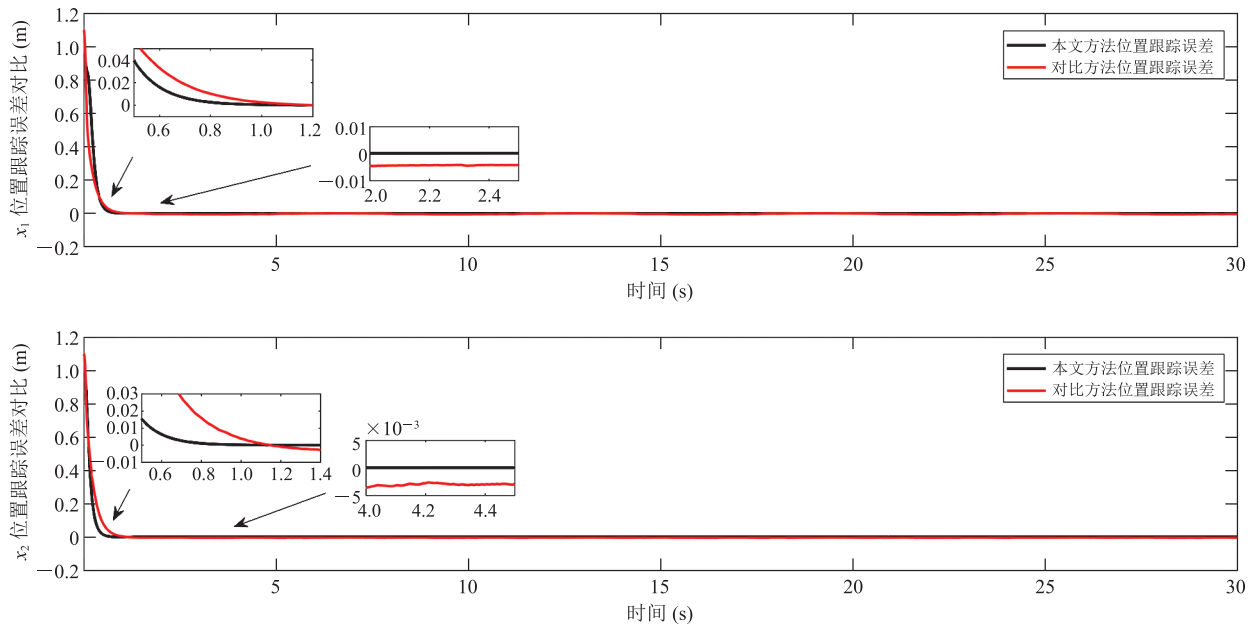


图4 位置跟踪误差

Fig. 4 Position tracking error

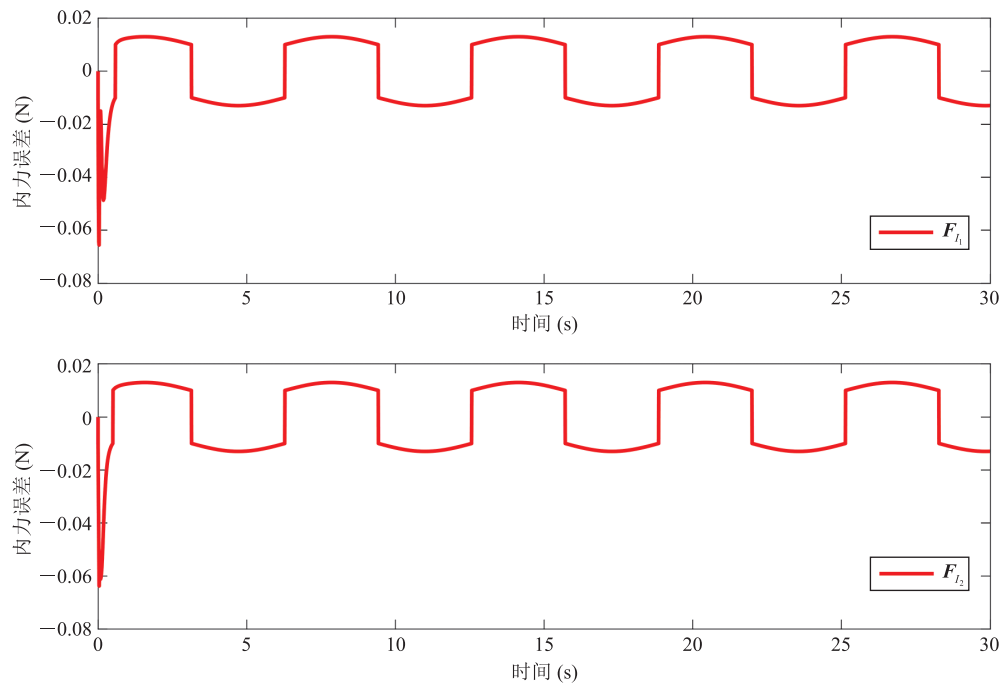


图5 机械臂1内力误差

Fig. 5 Internal force error of manipulator 1

计难度，但导致运算复杂烦琐，且控制器的控制误差较大。孟祥冬等<sup>[31]</sup>针对飞行机械臂系统控制问题，设计出一种力/位混合控制方案。但该控

制方案分别针对位置和内力设计控制算法，实现对位置/力的协同控制，未解决受不确定因素干扰的问题，导致跟踪曲线围绕期望曲线大幅振

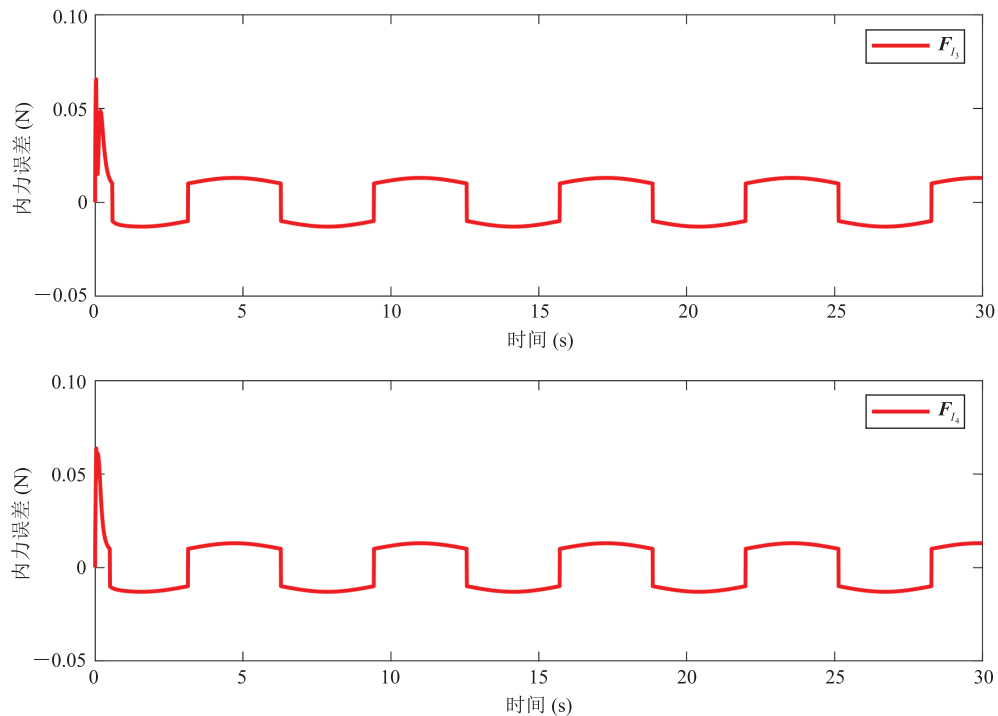


图6 机械臂2内力误差

Fig. 6 Internal force error of manipulator 2

荡, 接触力跟踪误差与位置跟踪误差均较大, 控制效果不佳。与现有机械臂控制方法相比, 本文基于模糊自适应鲁棒滑模算法的力/位混合控制方案, 将力控制与位置控制整合在同一控制器中, 解决了控制系统受摩擦力等不确定因素干扰的问题, 保证机械臂可稳固控制物体的同时, 不对物体造成损伤, 可作为一种新的控制多机械臂系统的方案。

## 5 总结

本文针对受摩擦力等不确定因素影响的多机械臂系统模型, 将模糊算法与自适应滑模算法相结合, 实现了对受摩擦力等不确定因素影响的多机械臂系统的力/位混合控制。仿真结果表明, 本文控制方案可有效提升控制器的控制精度和系统的响应速度, 且对于多机械臂系统的内力控制误差可限定在理想范围内, 验证了

该控制方案的有效性。

## 参考文献

- [1] Dong N, Meng FJ, Raffik R, et al. Optimization of target acquisition and sorting for object-finding multi-manipulator based on open MV vision [J]. *Nonlinear Engineering*, 2022, 11(1): 471-477.
- [2] Su C, Xu JF. A novel non-collision path planning strategy for multi-manipulator cooperative manufacturing systems [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022, 120(5-6): 3299-3324.
- [3] Zhang YH, Jiang YL, Zhang WL, et al. Distributed coordinated tracking control for multi-manipulator systems under intermittent communications [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 107: 3573-3591.
- [4] Ren CE, Quan XF. Consensus control of multi-manipulator systems based on disturbance observer under Markov switching topologies [J]. *Control*



- Theory and Technology, 2021, 19(2): 273-282.
- [5] Wang ZZ. Research on multi-task cooperative control and management method of industrial robot multi-manipulator [J]. *International Journal of Manufacturing Technology and Management*, 2022, 36(5-6): 393-406.
- [6] Su CJ, Zhang S, Lou SM, et al. Trajectory coordination for a cooperative multi-manipulator system and dynamic simulation error analysis [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2020, 131(4): 103588.
- [7] Zhou YQ, Luo JJ, Wang MM. Dynamic coupling analysis of multi-arm space robot [J]. *Acta Astronautica*, 2019, 160: 583-593.
- [8] Lippi M, Marino A. Human multi-robot safe interaction: a trajectory scaling approach based on safety assessment [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 29(4): 1565-1580.
- [9] Ren CE, Du T, Li GL, et al. Disturbance observer-based consensus control for multiple robotic manipulators [J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 51348-51354.
- [10] Ma J, Wang MY, Zhu XY. On the analysis of force closure and force optimization in fixtures and robotic manipulation [J]. *Journal of Engineering Manufacture*, 2012, 226(2): 290-299.
- [11] Erhart S, Hirche S. Internal force analysis and load distribution for cooperative multi-robot manipulation [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 31(5): 1238-1243.
- [12] Zhao DY, Zhu QM. Position synchronised control of multiple robotic manipulators based on integral sliding mode [J]. *International Journal of Systems Science*, 2013, 45(3): 556-570.
- [13] Nabanita A, Chitralakha M. Sliding mode control of position commanded robot manipulators [J]. *Control Engineering Practice*, 2018, 81: 183-198.
- [14] Zhao DY, Li SY, Zhu QM. Adaptive synchronised tracking control for multiple robotic manipulators with uncertain kinematics and dynamics [J]. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(4): 791-804.
- [15] Chen Q, Gao MM, Tao L, et al. Adaptive fixed time parameter estimation and synchronization control for multiple robotic manipulators [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2019, 17(9): 2375-2387.
- [16] Li Y, Yang CG, Yan WS, et al. Admittance-based adaptive cooperative control for multiple manipulators with output constraints [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(12): 3621-3632.
- [17] Chen PCY, Mills JK, Smith KC. Neural network learning control for position and force tracking of multi-manipulator systems [J]. *Intelligent Automation & Soft Computing*, 1999, 5(3): 171-189.
- [18] Zhao DY, Ni W, Zhu QM. A framework of neural networks based consensus control for multiple robotic manipulators [J]. *Neurocomputing*, 2014, 140: 8-18.
- [19] Kawasaki H, Ueki S, Ito S. Decentralized adaptive coordinated control of multiple robot arms without using a force sensor [J]. *Automatica*, 2006, 42(3): 481-488.
- [20] Sun MX. A barbalat-like lemma with its application to learning control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(9): 2222-2225.
- [21] Cicek E, Dasdemir J, Zergeroglu E. Coordinated synchronization of multiple robot manipulators with dynamical uncertainty [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2015, 37(5): 672-683.
- [22] Yang Y, Hua C, Guan X. Multi-manipulators coordination for bilateral teleoperation system using fixed-time control approach [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(18): 5667-5687.
- [23] Gayler M. Fuzzy control algorithm for congestion in sensor networks based on artificial intelligence

- [J]. Computer Informatization and Mechanical System, 2020, 3(1): 78-82.
- [24] Zhao RB, Hu XD, Jiang YM, et al. Iterative difference deblurring algorithm for linear computed laminography [J]. Optics Express, 2021, 29(19): 30123-30139.
- [25] Asghar AB, Naveed K, Xiong G, et al. Adaptive neuro-fuzzy algorithm for pitch control of variable-speed wind turbine [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2022, 20(11): 3788-3798.
- [26] Craig JJ. Introduction to robotics: mechanics and control [M]. London: Pearson, 1986.
- [27] Rajasekharan S, Kambhampati C. Neuro-fuzzy modelling and control of cooperative manipulators handling a common object [C] // Proceedings of the Ifsa World Congress & Nafips International Conference, 2002: 1454-1459.
- [28] Chiu CS, Lian KY, Wu TC. Robust adaptive motion/force tracking control design for uncertain constrained robot manipulators [J]. Automatica, 2004, 40(12): 2111-2119.
- [29] 王华荣. 协同多机械臂位置/力控制方法研究 [D]. 青岛: 中国石油大学, 2016.
- Wang HR. Position and force control for coordinated multiple manipulators [D]. Qingdao: China University of Petroleum, 2016.
- [30] 李树荣, 马慧超. 基于反步法的机械臂鲁棒自适应位置/力控制 [J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2014, 38(1): 172-176.
- Li SR, Ma HC. Robust adaptive position/force control of manipulator based on backstepping [J]. Journal of China University of Petroleum (Natural Science Edition), 2014, 38 (1): 172-176.
- [31] 孟祥冬, 何玉庆, 韩建达. 接触作业型飞行机械臂系统的力/位置混合控制 [J]. 机器人, 2020, 42(2): 167-178.
- Meng XD, He YQ, Han JD. Hybrid force/position control of aerial manipulators in contact operation [J]. ROBOT, 2020, 42(2): 167-178.