

一种基于迭代的质心逆运算的方法

王凡 欧勇盛

(中国科学院深圳先进技术研究院 深圳 518055)

摘要 通过已知质心精确反解计算仿人机器人各关节的角度是一个经常遇到的问题。在双足行走,平衡控制等领域都很常见。但对于自由度高的仿人机器人系统,质心逆运算比较困难,尤其在双足支撑情况下,问题变为一个多自由度的并联机构,此时需要额外的约束和限制条件,使得计算非常复杂。本文基于Levenberg-Marquardt算法来解决复杂关节的逆解问题,研究在给定踝关节的情况下,用假定质心固定身体上的简化模型来使得真实质心逼近目标点,然后通过重复逼近缩小误差。我们通过NAO仿人机器人模型上的模拟验证了该算法实现了较高的准确性和计算效率。

关键词 质心;逆运动学;双足;Levenberg-Marquardt算法;位置控制

Inverse Kinematics for Center of Mass Through Iteration

WANG Fan OU Yong-sheng

(Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen 518055)

Abstract In various humanoid robot research areas such as biped walking and balance maintenance, control of Center of Mass (COM) is frequently used. However, it becomes a complex problem to directly control the COM for a high degree of freedom humanoid robot, especially in case of double feet support. In this paper, an iterative method that is easy to implement is proposed. Based on the approximated assumption that COM is fixed in local coordinate system, the control angle of the robot leg can be solved to drive the COM toward the target position. This process can be iterated to achieve high precision. Simulation tests on a NAO humanoid robot have demonstrated that the algorithm is efficient and precise.

Keywords center of mass; inverse kinematics; biped; Levenberg-Marquardt algorithm; position control

1 引言

在仿人机器人控制中,通常会遇到由质心(center of mass, COM)逆解关节角度问题。比如双足行走问题^[3],需要首先通过零力矩点(zero moment point, ZMP)来规划质心,然后再由质心和踝关节位置来反算身体其它部分。在双足机器人平衡控制问题中,质心位置的控制也是非常重要的问题。通常的方法是通过质心公式求雅可比矩阵并运用优化来求解^[1]。由于仿人机器人腿部关节复杂性,要精确和稳定地控制质心是一个难题。一些简化的方

法如^[3]忽略腿部关节移动对质心的影响会使得误差相对较大。王凡等在[4]中描述了一种针对NAO人形机器人的解析方法来通过机器人身体躯干和踝关节位置姿态求得逆解的方法。但该方法不能直接用于质心的逆解,并且没有考虑双足并联问题和各关节机械限制问题。而在平衡控制问题中,双足站立支撑条件下的质心控制,双足支撑给关节运动带来了额外的约束,使得质心的控制变得更加困难。

为了求解双足并联,带关节机械限制条件下的质心控制问题,在本篇文章中我们提出一种质心计算的简化模式,并以此来计算角度以使得质心逼近目标点。在本文以下部分里,第二部分主要介绍用于逆运

王凡, 硕士, 研究实习生, 2010年毕业于美国科罗拉多大学博得分校工程学院, 主要研究方向包括机器学习, 系统动力学, 人形机器人。E-mail: fan.wang@siat.ac.cn。欧勇盛, 中国科学院百人计划研究员, 博士生导师。主要研究方向为: 整机系统集成技术、智能控制技术和非线性控制技术等。

动学的Levenberg-Marquardt算法,它是我们用来稳定求解各个关节控制角的工具之一;第三章介绍质心逆运算的基本方法和难题;第四章将介绍解析求解逼近方法来对质心进行位置控制;第五章展示相关计算机仿真模拟结果;最后我们对本文提出的方法进行总结和展望。

2 Levenberg-Marquardt 算法简介

Levenberg-Marquardt (LM) 算法是基于最速下降和高斯-牛顿算法相结合的一种优化算法。通过一个活动参数调整, LM兼具最速下降法的迅速接近最佳值的特性,和高斯牛顿算法的稳定性。以 $F(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ 记优化目标为0的目标函数。目标函数可以是末端位置等等。 θ_i 为各个控制角度,组成列向量 θ ,对目标函数求导得雅可比矩阵 J , LM算法通过一个初始值以及不断逼近来获得最佳解。第 $k+1$ 次逼近可以用如下过程表示

$$\Delta \theta_{k+1} = (J^T J + \lambda I)^{-1} J^T F(\theta_k) \quad (1)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta \theta_{k+1} \quad (2)$$

其中 λ 是一个活动参数用来调整每次逼近的幅度。 λ 越小意味着逼近越迅速,方法也越接近于最速下降。但此时解依赖于 $J^T J$ 的逆,当该矩阵的行列式接近0时,会使得求解不稳定。另一方面, λ 越大则收敛越慢。因此选取合适的 λ 是十分必要的。

考虑通过一个三自由度的关节将一个链接转动到指定方向的问题。三个角度按顺序依次为 α, β, γ ,以 α 为例,通过转动轴 n 转动,其转动矩阵(3×3矩阵)写为 T ,其每一项可以写为

$$T_{ij} = n_i n_j (1 - \cos \alpha) + \delta_{ij} \cos \alpha - \varepsilon_{ijk} n_k \sin \alpha \quad (3)$$

$V(\alpha, \beta, \gamma)$ 为链接的方向,如果需要将链接转动到指定方向 V_0 ,可以将目标函数定义为:

$$F = V(\alpha, \beta, \gamma) - V_0 = T_\alpha T_\beta T_\gamma \cdot V(0, 0, 0) - V_0 \quad (4)$$

然后通过(1)到(2)的反复求解逼近得到最佳结果

选取合适的 λ 参数有多种方法。X. Zhu等人^[5]描述了将LM算法应用于运动求逆过程,并通过 $J^T J$ 的属性选取 λ 参数的一种方法。在此,我们采用一种常见的实用简便的取值方法,先赋 λ 一个合适的值,在每次逼近过程中,检查 $\|F(\theta_{k+1})\| < \|F(\theta_k)\|$ 是否为真。如果为真,将 λ 减少一半,并继续,如果为假,则用原来的 θ_k 代替 θ_{k+1} ,并在下一次迭代中将 λ 增加一倍。

对于一般机械关节,机械限制是必须考虑的问题

之一。因此在每次逼近过程中,如果 θ_k 超过机械限制,则必须对其取最近的边界作为下一次的解。该过程直到 $\|\theta_k - \theta_{k+1}\|$ 小于一个设定的小值结束,即优化已经无法进一步进行。LM算法的优点在于其稳定性和高适应性LM算法不仅仅能够用于指定末端姿态的一般运动反解,在给定其它条件和限制下也同样可以求解,比如几个连续关节的姿态均作为优化目标耦合在一起。M. Do等^[2]通过LM算法能够使得人形机器人实现模仿人类动作的目标,优化目标是末端姿态和关节角的相似度的加权平均。LM算法对于运动反解具有较好的适应性,而他的一个缺陷在于无法找到全局最优解,而且机械限制常常可能使得解陷在局部无法找到合适的正确解。解决的方法是设定不同的初始值并多次优化,再比较最优解的好坏,并最终取最佳解,在此不再详细介绍。

3 人形机器人的质心控制概述

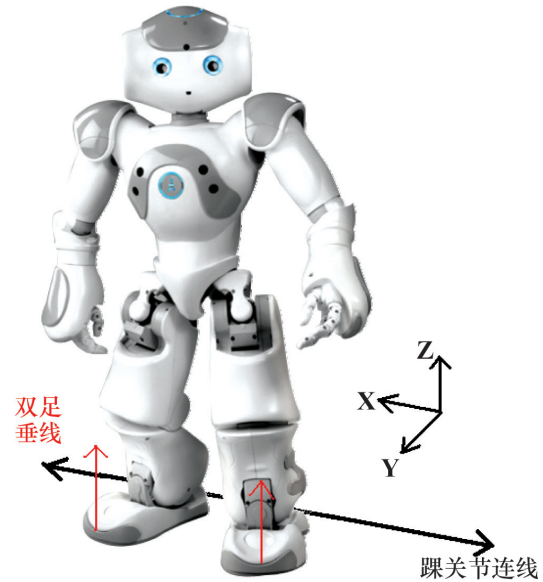


图1 双足支撑约束条件示意图

以左上标0代表世界坐标系下的变量,以1代表以机器人髋关节为原点并随身体转动的坐标系下的变量, ${}^i T_j$ 为j坐标系到i坐标系的转换矩阵,坐标系下有变换关系

$${}^0 X = {}^0 T_1^{-1} X + {}^0 X_1 \quad (5)$$

即控制目标的质心位置 ${}^0 X_{tc}$,将(5)式应用于重心表达式 ${}^0 X_c$,并将表达式 ${}^0 X_c$ 对各个角度 θ 求导,可以得到下式

$$J_\theta = {}^0 T_1 \cdot \frac{\partial {}^1 X_c}{\partial \theta} + \frac{\partial {}^0 T_1}{\partial \theta} \cdot {}^1 X_c + \frac{\partial {}^0 X_1}{\partial \theta} \quad (6)$$

然后通过与 (1) (2) 式相类似的过程来改进每个角度值, 如下式所示

$$\Delta\theta_{k+1} = \mathcal{J}_{\theta}^+ ({}^0X_{ic} - {}^0X_c(\theta_k)) \quad (7)$$

(6) 中第一项的意义可以看为关节变化质心在身体坐标系中的变化。而第二三项为假定重心相对躯干位置不变原因是身体位置和姿态变化产生的质心变化。对于关节复杂, 自由度多的人形机器人, (6) 式的求解十分繁琐, 然而如果机器人身体关节变化幅度较小, 右边第一项也比较小。

双足支撑状态下, 转换矩阵 T_j 是无法直接得到的。为了简便, 一般假定双足均完全接触地面, 此时机器人双腿之间的关节还需要满足一个的耦合关系, 该关系可以表述为: 双足垂线平行, 并且与踝关节连线垂直(图1所示)。此时(5)式不能直接求导, 而必须加上约束条件进行优化, 而这个约束条件是比较复杂的, 因此用上面的式子求优化是不太可行的。此外, 在双脚产生相对滑动的情况下, 坐标变换关系会更加复杂。因为难以判断哪只腿滑动, 滑动了多少。因此, 双足状态下要稳定地控制质心, 必须至少还有一个附加条件, 就是踝关节之间不能滑动, 即距离不变。为简便明朗, 我们建立的世界坐标系是以某个踝关节为原点, 踝关节连线为X轴, 双足垂线为Z轴的坐标系。而在单足支撑情况下, 坐标系转换关系可以从支撑腿的关节转换关系求得。但应用(7)式也相当复杂。

下一部分我们介绍的方法通过忽略(6)式中第一项, 对机器人位置和姿态进行一个解析求解, 然后再重新计算质心并重复逼近。这种基于NAO的植入简单, 算法复杂度可以接受并且能适用于双足支撑, 对质心控制又精准, 这样算法同样可以应用于其它平台。

4 质心控制策略在NAO人形机器人上的应用

NAO双足机器人是由法国Aldebaran Robotics推出的仿人机器人。目前版本使该机器人具有25自由度, 高约60cm, 重约4.2kg。该机器人有一套完整的软件开发包(software development kit, SDK)。机器人的每个关节电机底层均由PID控制, 因此NAO是一个位置控制机器人。NAO双腿上一共有11个自由度, 其中包括一个髌关节双腿公用的自由度。对于单足站立状态, NAO能够用通常方法进行质心逆解, 但要完全控制双腿位置和姿态缺乏一个自由度, 加上人形机器人

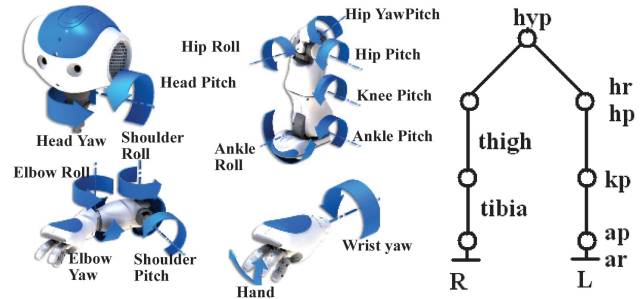


图2 NAO人形机器人各关节(左)以及下肢模型(右)

各个关节的机械限制, 给NAO双足支撑状态下的平衡控制提出了更大的挑战。

NAO机器人的各关节如图2所示。为简便, 我们对下标作如下约定, 右下的小标, 以L, R分别代表左腿或右腿上的关节, 以p, r, y分别代表关节的俯仰、回转和偏转三个角。 θ, X, S, V 分别为角度、位置、长度、向量和旋转矩阵。 $T_{ijk}(\theta)$ 则为i腿上j关节k角度为 θ 时的转换矩阵。另以thigh和tibia分别为大腿和小腿记号。设机器人初始质心位置在 0X_c , 目标质心位置为 ${}^0X_{tc}$, 目标踝关节位置为 ${}^0X_{tLa}$, ${}^0X_{tRa}$ 。

首先, 我们可以根据正运动学方法由第k次迭代后的各关节角度计算实际的质心, 并依据转换关系计算实际的世界坐标系质心。通过与控制目标点相比较可得到误差。我们假设机器人质心是相对身体坐标系不变, 即 1X_c 为常值, 这样就可以认为直接通过平移NAO的躯干在空间中的位置来实现将质心移动到指定位置上。因为产生了平移, 坐标变换关系也发生改变, 转动关系不变, 只有坐标原点之间的位移发生了变化, 因此需要将下一步中(5)的坐标变换式的转动和平移量改变如下

$$\begin{cases} {}^0T_{1,k+1} = {}^0T_{1,k} \\ {}^0X_{1,k+1} = {}^0X_{1,k} + ({}^0X_{ic} - {}^0X_c(\theta_k)) \end{cases} \quad (8)$$

其中, 右下标k和k+1代表迭代的次数。这是我们进行迭代由质心反解的最基本假设。

而在当前情况下的转动矩阵 0T_1 和平移量 0X_1 决定于机器人躯干相对于空间的位置和姿态, 以左腿为例, 有如下计算式(右腿类似)

$${}^0T_1V_z = T_{hyp}T_{Lbr}T_{Lkp}T_{Lap}T_{Lar}V_z \quad (9)$$

$$\begin{aligned} {}^0X_1 &= (T_{Lap}T_{Lar})^{-1} \cdot V_{L-tibia} \\ &+ (T_{Lkp}T_{Lap}T_{Lar})^{-1} \cdot V_{L-thigh} \\ &+ {}^0T_1^{-1} \cdot {}^1X_{Lh} + {}^0X_{La} \end{aligned} \quad (10)$$

(9)式中 V_z 表示Z方向单位向量, 注意(9)式中两个变换矩阵不是直接相等的。上文提到过NAO完全控制

脚掌缺少一个自由度, 因此我们必须允许脚掌绕脚踝的自由滑动才能得到解。通过 (8) 和 (9) (10) 式可以迭代计算出k+1步的各关节角。下面我们简要介绍基于LM算法和类似[4]中介绍的解析方法来进行每次迭代的过程。

首先通过坐标变换关系求出目标踝关节位置在身体坐标系下的坐标 ${}^1X_{tLa}$, ${}^1X_{tRa}$, 此时从股关节到踝关节的长度可以求得。以左腿为例,

$$S_L = {}^1X_{tLa} - {}^1X_{Lh} \quad (11)$$

最后一项为股关节位置, 由下式得到:

$${}^1X_{Lh}(\theta_{hyp}) = T_{hyp}(\theta_{hyp}) {}^1X_{Lh}(0) \quad (12)$$

其中, 大写 ${}^1X_{h1}$ 是当髋关节俯仰偏转角度为0时股关节的坐标位置。通过在大腿和小腿所在平面内分析, 我们可以看到 S_L 和腿大腿小腿组成一个三角形, 因此膝关节俯仰角可以直接由此求出。

$$\cos\theta_{Lkp} = \frac{S_{L-thigh}^2 + S_{L-tibia}^2 - S_L^2}{2S_{L-thigh}S_{L-tibia}} \quad (13)$$

根据(9)式, 由于踝关节位置已经给定, 并且 0T_1 已知, 可以得到:

$$\begin{aligned} & T_{Lar}^{-1} T_{Lap}^{-1} \cdot (V_{L-tibia} + T_{Lkp}^{-1} \cdot V_{L-thigh}) \\ & = {}^0X_1 - {}^0T_1^{-1} \cdot {}^1X_{Lh} + {}^0X_{La} \end{aligned} \quad (14)$$

问题归结为一个二自由度旋转问题, 可通过该式求解 θ_{Lar} , θ_{Lap} 。该问题通过写出每一项等式可以直接求解解析解, 结果根据情况可能无解或者有唯一解。但考虑关节的机械限制可以用上述LM算法(1)-(4)式优化得到局部最优解, 这种方法比解析更为稳定。

踝关节角度求得后, 通过(9)式求其它三个关节。但其中 θ_{hyp} 的求解较为困难, 因为它是由两条腿共用的关节。有两种思路可供考虑, 一种是将两条腿的关节放一起由LM优化, 另一种是将直接不使用该自由度, 因为(9)式实际上有一个冗余自由度。将 θ_{hyp} 固定为0可以更简化问题, 不难看出(9)式求解完全变得和(14)式类似, 于是能够将 θ_{Lhr} , θ_{Lhp} 求解出来。

至此, 我们完成了一次迭代过程。因为(6)式中第一项相对较小, 因此我们有理由认为在一次迭代过程中质心更加接近目标点了。为了达到更加精确, 需要做的是重新计算质心 0X_c , 然后重复上述过程。在这个过程中质心会不断接近目标位置, 直到达到所需要精度为止。我们将在下一部分展示结果来证明这种方法确实能够通过不断减小误差达到要求的精确度。

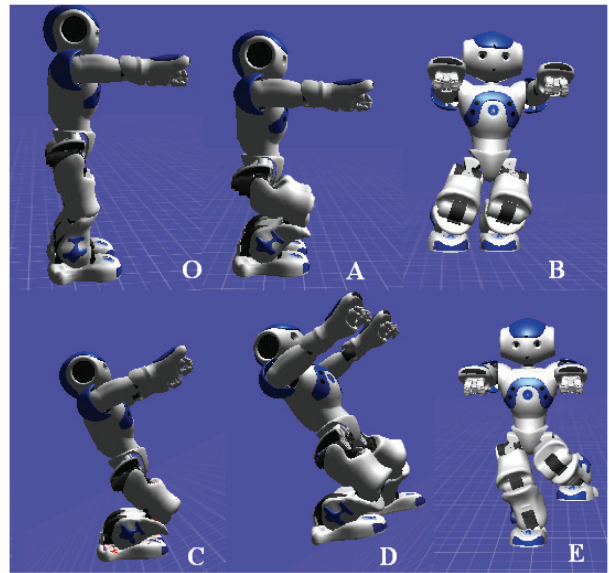


图3 质心反算的模拟结果

5 计算模拟

我们以双足支撑情况为例作计算模拟。该算法在Intel Pentium Dual Core E6500 2.93GHz上测试时间, 结果为10万次逼近耗时20.5秒。即每次逼近耗时0.2ms左右。在模拟中, 每次迭代都从原始的零姿态(即NAO的所有关节角均接近0, 如图3(O)所示)开始。程序的输入量包括作为目标的NAO世界坐标系下质心的位置(三个参数x, y, z, 以毫米表示), 以及可以指定的NAO身体相对世界坐标系转动(三个参数, 欧拉角表示, α β γ), 最后是两个脚踝之间的距离(d, 毫米单位)。图3分别为几种给定目标优化后的结果。其中A的输入量为(x=-50, y=0, z=200, $\alpha=0$, $\beta=0$, $\gamma=0$, d=100); B-(x=-80, y=20, z=180, $\alpha=0$, $\beta=0$, $\gamma=0$, d=100); C-(x=-50, y=0, z=200, $\alpha=0$, $\beta=0.4$, $\gamma=0$, d=100); D-(x=-50, y=0, z=200, $\alpha=0.2$, $\beta=0.4$, $\gamma=0$, d=200); E-(x=0, y=0, z=240, $\alpha=0$, $\beta=0.2$, $\gamma=0$, d=200)。其中腿部各个关节角度反解结果如表1所示。图4为五种情况中, 优化

表1 下肢各关节角度对应各种已知条件的反解结果。

关节角(度)	A	B	C	D	E
HipYawPitch	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
LHipRoll	1.60	-16.70	1.87	42.13	43.64
LHipPitch	-52.11	-46.53	-8.73	-13.13	-78.10
LKneePitch	100.06	113.31	94.65	64.37	121.0
LAnklePitch	-48.0	-66.74	-62.95	-21.55	-58.55
LAnkleRoll	-1.60	16.70	-1.72	-38.16	-42.55
RHipRoll	1.60	-16.70	1.87	6.84	18.80
RHipPitch	-52.11	-46.53	-8.73	-4.95	-45.94
RKneePitch	100.06	113.31	94.65	91.81	49.62
RAnklePitch	-47.93	-66.74	-62.95	-63.77	-15.77
RAnkleRoll	-1.60	16.70	-1.72	-6.30	-18.39

次数与误差的关系。可以看到在前四种情况下，质心和身体倾向要求不会明显改变优化速度和质量，并且在10次优化以内均能够达到0.5mm以上精度。相比较，假定双腿运动不对质心产生影响的单次优化策略的误差在几十毫米左右。对于情况E，因为给出的参数不可达，该算法所给出的质心误差在减小到一定程度后无法再继续优化，并且最后结果的姿势无法满足双足站立要求（图3E）。

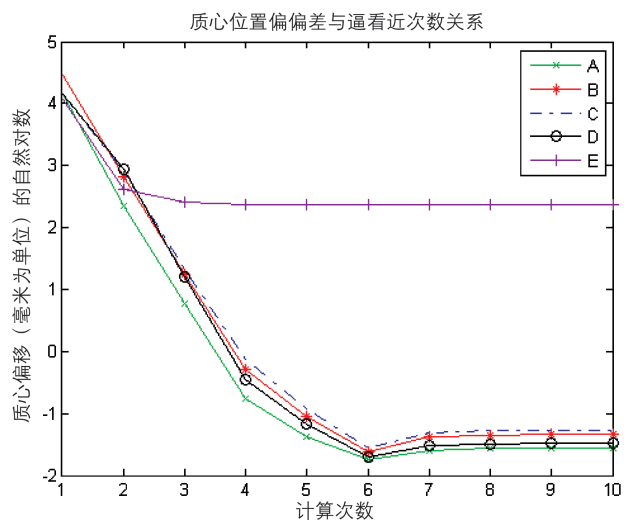


图4 质心位置反算误差与逼近次数的关系

6 结论和展望

本文主要讨论了双足支撑状态下，用踝关节和质心信息来反算下肢关节角度的方法。由于NAO机器人腿上缺少一个自由度，因此双足支撑状态下的质心逆运算具有其特殊性。用一般逆运动学方法难以求解。我们通过一定假设，用解析方法来逼近显示了很好的效果，同时应用了LM算法，证明了其在求解逆运动学问题中的简便和稳定性。

在我们介绍的方法中，我们在一开始定下了身体相对世界坐标系的转动。但这个假定不是必须的，而是视要求而定。如果仅仅是需要质心在正确位置，那么如何选取最为合适的姿态以实现最佳的质心控制也是一个需要研究的方向。在下一步的工作中，我们将在一些行走步态和平衡控制问题中应用该种质心控制方法以提高准确性。

参考文献

[1] Boulic R, Mas R, Thalmann D. A robust approach for the control of the center of mass with inverse kinetics [J]. Comput.

Graphics, 1996, 20: 693-701.

- [2] Do M, et al. Imitation of human motion on a humanoid robot using non-linear optimization [C] //IEEE-RAS. Edmonton, Canada, 2008.
- [3] Gouaillier D, Collette C, Kilner C. Omni-directional closed loop walk for NAO [C] //IEEE-RAS. Nashville, USA, 2010.
- [4] Wang F, Li L. Application of real time analytic method in inverse kinematics of nao model [J]. Journal of Computer Applications, 2011, 31: 2825-2840.
- [5] Zhu X, Zhong B, Xiong Y. Singularities treatment for manipulator inverse kinematics evaluation [J]. ROBOT, 1996, 18: 264-267.