

一种 OCT 图像去噪的原始-对偶算法

李济舟^{1, 2} 杨余飞¹ 王立科^{3, 4} 郑永平³ 周永进²

¹(湖南大学数学与计量经济学院 长沙 410082)

²(中国科学院深圳先进技术研究院 深圳 518055)

³(香港理工大学生物医学工程跨领域学部 香港)

⁴(深圳沃夫特影像技术有限公司 深圳 518055)

摘要 本文针对OCT图像噪声的特点,考虑一般的鞍点结构,提出一种原始-对偶算法,对OCT图像进行降噪处理。在对散斑噪声模型取对数处理之后,结合加性噪声的特点,采用原始-对偶结构提出算法,运算较为简单,容易编程实现,文中实验与均值滤波、半软阈值方法进行比较,结果表明,该算法在有效去除噪声的同时较好地保留了OCT图像中的重要细节信息,使图像的细节部分清晰。该算法可有效地去除OCT图像散斑噪声,提高图像的质量,同时文章建立的一般模型可推广到图像分割、目标识别和运动估计等图像处理领域。

关键词 OCT图像去噪;凸优化;原始-对偶算法;散斑噪声

A Primal-Dual Algorithm for OCT Image Denoising

LI Ji-zhou^{1,2} YANG Yu-fei¹ WANG Li-ke^{3,4} ZHENG Yong-ping³ ZHOU Yong-jin²

¹(College of Mathematics and Econometrics, Hunan University, Changsha 410082)

²(Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen 518055)

³(Interdisciplinary Division of Biomedical Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong)

⁴(Shenzhen Wolftek Imagin, Shenzhen 518055)

Abstract Considering the OCT image noise characteristics and the general structure of the saddle point, this paper proposes a primal-dual algorithm for OCT image noise reduction. After incorporating the log of the speckle noise model, the primal-dual structure is used, which is easy to implement. From our experiments, this algorithm is compared with the mean filter and semisoft shrinkage methods, and it shows that noises in OCT images were removed and important details were preserved simultaneously. The proposed algorithm reduced the speckle noise in OCT images effectively and improved the quality of the images. At the same time, the wide applicability of the proposed algorithm was demonstrated on image segmentation, target recognition and motion estimation.

Keywords OCT image noise; convex optimization; Primal-dual algorithm; speckle noise

1 引言

光学相干层析成像(OCT)是近年来发展较快的一种扫描成像技术。它通过测量物体后向散射光的强度对生物组织的内部微结构进行高分辨率断层成像,因

而成像具有微米级的分辨率和很高的灵敏度,它具有无接触、无损在体实时探测等特点,且操作简单、易与内窥镜等技术结合,目前OCT已尝试在眼科、牙科和皮肤科的临床诊断中应用^[1]。

在实际应用中,由于OCT是一种高分辨率成像技术,对周围环境的变化以及信号数据的获取过程要求

李济舟, 硕士研究生, 研究方向为医学图像处理。杨余飞, 教授, 博士生导师, 研究方向为微分方程数值解、最优化理论与方法、图像处理。王立科, 硕士, 主要研究方向为 OCT 图像应用技术。郑永平, 博士, 教授, 香港理工大学生物医学工程跨领域学部执行主任。周永进, 博士, 中国科学院深圳先进技术研究院医疗机器人与微创手术研究中心副研究员, 主要研究方向为医学图像处理应用技术和系统开发。E-mail: yj.zhou@siat.ac.cn。

比较高,因此,在获得生物组织内部图像的同时难免会附带一些噪声污染,这就不利于对图像的观察和判断。影响成像质量的噪音种类很多,主要有散斑、扫描噪音、光源的边缘效应、光源的噪音和电路的噪音等。其中,扫描噪音和电子噪音是由硬件设备导致,通过改进系统的结构和光源等器件,控制光程线性变化等手段可以加以改善和消除,而由于OCT特殊的成像原理,散斑噪声成为其最主要的噪声污染。

在过去的一段时间,已经有许多方法被提出并应用于去噪领域,如传统的滤波方法、小波分析、随机逼近方法、基于变分方法的PDE等^[2]。散斑噪声属于一种乘性噪声,它和加性噪声虽然产生原理不同,但对数变换后的OCT图像和自然图像的加性噪声分布有一定的相似之处,所以自然图像的去噪算法对OCT图像的去噪也有借鉴意义。首先采用全变分逼近处理方法应用到乘性噪声模型的是Rudin、Lions和Osher^[3],作者利用一个带有两个Lagrange乘子的约束优化逼近来建立模型。但是模型中的拟合项是非凸的,会给使用一些高速有效迭代方法的时候带来困难。

本文在结合加性噪声特点的基础上,采用一阶原始-对偶算法来处理带有乘性噪声的OCT图像去噪模型,实验结果表明,本文提出的方法在去除噪声的同时也很好地保留了图像的细节,降噪效果优于单一的均值滤波法和半软阈值方法。

2 算法的主要思想及步骤

2.1 算法阐述

令 X, Y 为两个有限维实向量空间,映射 $K: X \rightarrow Y$ 为带有下列范数的连续线性算子:

$$\|K\| = \max \{\|Kx\|: x \in X, \|x\| \leq 1\} \quad (1)$$

我们首先考虑非线性原问题:

$$\min_{x \in X} F(Kx) + G(x) \quad (2)$$

对应的对偶问题为:

$$\min_{y \in Y} -(G^*(-K^*y) + F^*(y)) \quad (3)$$

其原始对偶形式为^[4]:

$$\min_{x \in X} \max_{y \in Y} \{ \langle Kx, y \rangle + G(x) - F^*(y) \} \quad (4)$$

其中 $G: X \rightarrow [0, +\infty]$, $F^*: Y \rightarrow [0, +\infty]$ 都是凸的下半连续函数, F^* 是凸下半连续函数 F 的凸共轭函数。

下面我们假设 $(\hat{x}, \hat{y}) \in X \times Y$ 是(3)和(4)的解,则满足^[5]:

$$K^* \hat{x} \in \partial F^*(\hat{y}) \quad (5)$$

$$-(K^* \hat{y}) \in \partial G(\hat{x}) \quad (6)$$

其中, ∂F^* 和 ∂G 是凸函数 F^* 和 G 的次梯度。

对于式(5)(6),两边分别乘以参数 σ, τ ,并进行变换,我们有:

$$\hat{y} + \sigma K^* \hat{x} \in (I + \sigma \partial F^*)(\hat{y}) \quad (7)$$

$$\hat{x} - \tau K^* \hat{y} \in (I + \tau \partial G)(\hat{x}) \quad (8)$$

根据不动点算法的思想^[6],我们提出算法如下:

Step1: 初始化 $\sigma, \tau > 0$, $\theta \in [0, 1]$, $(x^0, y^0) \in X \times Y$, 令 $x^* = x^0$

Step2: 按照下面迭代格式循环更新 x^n, y^n, x^{*n}

$$\begin{cases} y^{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(y^n + \sigma K^* x^n) \\ x^{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x^n - \tau K^* y^{n+1}) \\ x^{*n+1} = x^{n+1} + \theta(x^{n+1} - x^n) \end{cases} \quad (9)$$

2.2 OCT信号模型分析

在OCT图像信号中,散斑噪声被定性为乘性噪声,主要影响图像清晰度,因此,含噪声的二维OCT图像信号模型可以表示为以下形式:

$$f = u \cdot \eta \quad (10)$$

其中: $u > 0$ 为理想的无噪声图像, η 为散斑噪声信号, $f: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ 为噪声图像, Ω 是 \mathbf{R}^2 的有界开子集。我们的目的就是在最大程度保持 u 的信息的基础上对信号 f 进行去噪处理。

因为散斑和图像信号在同一个阶段形成,也就是说,在背向散射光发生干涉产生图像信号的时候,散斑也一同形成^[7]。通常做法是方程两边取对数,使得乘性噪声问题转化为一个加性噪声问题从而利于后期处理。

$$\log f = \log u + \log \eta \quad (11)$$

这里如果把图像信号 f 看成是一个随机变量,那么它通常服从Rayleigh分布且有如下概率密度函数^[8]:

$$p(f) = \frac{f}{4\sigma^2 k^2 A_r^2} e^{-\frac{f^2}{8\sigma^2 k^2 A_r^2}} \quad (12)$$

其中 k 为常数, A 为来自参考臂信号的振幅, σ 为标准差。再把 f 取自然对数,即令 $A = \ln(f)$,那么 F 的概率密度函数为:

$$p(F) = \frac{e^{2F}}{4\sigma^2 k^2 A_r^2} \exp\left(-\frac{e^{2F}}{8\sigma^2 k^2 A_r^2}\right) \quad (13)$$

这里可以把 F 的分布近似的看成为一个高斯分布,因此,在取对数之后,就把OCT图像信号的乘性散斑噪声转变为一个类似加性高斯噪声分布。

对于式(11),现在我们考虑令 $w = \log u$, $\log f$ 为观测到的噪声图像,则我们使用 w 的BV范数形式得到如下的全变分最小化模型:

$$w = \arg \min_{w \in BV(\Omega)} \left\{ J(w) + \frac{\lambda}{2} \|w - \log f\|_L^2 \right\} \quad (14)$$

其中, $J(w) = \|w\|_{BV} = \|\nabla w\|_1$ 。容易发现 (14) 的很好性质是 $\frac{\lambda}{2} \|w - \log f\|_L^2$ 是严格凸函数。

2.3 离散化处理及算法应用

我们考虑大小为 $M \times N$ 的规则 Cartesian 网格:

$\{(ih, jh) : 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N\}$, 其中 h 表示空格的大小, (i, j) 表示在图像域中离散化点 (ih, jh) 的索引。令 $X = \mathbf{R}^{MN}$ 为定义内积为的有限维向量空间。梯度 ∇u 定义在向量空间 $Y = X \times X$, 且有

$$(\nabla u)_{i,j} = \begin{pmatrix} (\nabla u)_{i,j}^1 \\ (\nabla u)_{i,j}^2 \end{pmatrix}, \text{ 其中}$$

$$(\nabla u)_{i,j}^1 = \begin{cases} \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}, & i < M \\ 0, & i = M \end{cases}$$

$$(\nabla u)_{i,j}^2 = \begin{cases} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{h}, & j < N \\ 0, & j = N \end{cases}$$

同时我们定义在 Y 上的内积为:

$$\langle p, q \rangle_Y = \sum_{i,j} p_{i,j}^1 q_{i,j}^1 + p_{i,j}^2 q_{i,j}^2$$

$$p = (p^1, p^2), q = (q^1, q^2) \in Y$$

下面我们考虑将 (14) 离散化, 同时应用我们的算法计算去噪后的图像:

$\|\nabla u\|_1$ 表示各向同性全变分范数的离散形式, 它的定义为:

$$\|\nabla u\|_1 = \sum_{i,j} |(\nabla u)_{i,j}|$$

$$|(\nabla u)_{i,j}| = \sqrt{((\nabla u)_{i,j}^1)^2 + ((\nabla u)_{i,j}^2)^2}$$

将 (14) 转化为 (2) 的形式, 可知:

$$F(\nabla w) = \|\nabla w\|_1$$

$$G(w) = \frac{\lambda}{2} \|w - \log f\|_L^2 \quad (15)$$

$$F^*(p) = \delta_p(p)$$

根据 (4), 对于 OCT 去噪模型的原始 - 对偶形式为:

$$\min_{w \in X} \max_{p \in Y} \langle \nabla w, p \rangle + \frac{\lambda}{2} \|w - \log f\|_L^2 - \delta_p(p)$$

$$\text{即: } \min_{w \in X} \max_{p \in Y} -\langle w, \text{div } p \rangle_X + \frac{\lambda}{2} \|w - \log f\|_L^2 - \delta_p(p) \quad (16)$$

其中 $p \in Y$ 为对偶变量, 凸集 P 定义为:

$P = \{p \in Y : \|p\|_\infty \leq 1\}$, δ_p 为集合 P 的示性函数, 即有:

$$\delta_p(p) = \begin{cases} 0, & p \in P \\ +\infty, & p \notin P \end{cases}$$

为了应用我们的算法到该模型, 需要计算预解算子 $(I + \sigma \partial F^*)^{-1}$ 和 $(I + \sigma \partial G)^{-1}$ 。因为 F^* 是凸集上的示性函数, 它的预解算子变为 Euclidean 投影, 即有:

$$p = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p^*) \Leftrightarrow p_{i,j} = \frac{p_{i,j}^*}{\max(1, |p_{i,j}^*|)}$$

关于 G 的预解算子是一个简单的二次问题, 它的解表示为:

$$w = (I + \tau \partial G)^{-1}(w^*) \Leftrightarrow w_{i,j} = \frac{w_{i,j}^* + \tau \lambda \log f_{i,j}}{1 + \tau \lambda}$$

3 实验结果与分析

3.1 算法评价指标

为了克服单纯主观视觉判别图像质量的局限性, 客观地比较算法的性能, 本文选用均方误差 (Mean Square Error, MSE) 和峰值信噪比 (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR) 图像复原评价指标作为算法性能比较的基准。

均方误差是指原始信号与去噪后的估计信号之间的均方误差。设图像的分辨率为 $M \times N$, 均方误差定义如下:

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I(i, j) - I^*(i, j))^2$$

去噪后, 均方误差越小, 则表明去噪图像与原始图像的近似度越高, 即去噪的效果越好。

峰值信噪比为:

$$PSNR(dB) = 10 \lg \frac{255^2 \times M \times N}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I(i, j) - I^*(i, j))^2}$$

去噪后, 峰值信噪比越大, 则表明去噪效果越好。

3.2 实验结果

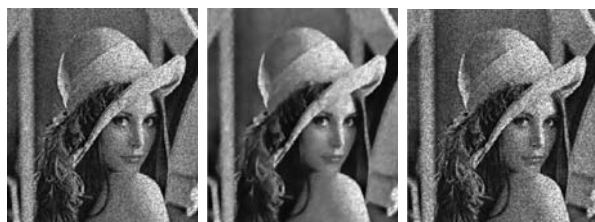
为了验证本算法的有效性, 我们分两部分来进行实验: 第一部分, 取一副普通图片, 人为加入散斑噪声进行处理, 通过比较不同噪声强度下的实验结果和数据, 利用评价指标来展现本算法的优越性; 第二部分, 使用 OCT 成像图片进行处理, 通过与其他算法的实验数据比较, 来说明本算法的实际表现。

实验 1: 我们采用 Lena 图像, 分别加以方差为 0.04-0.08 的散斑噪声, 算法中参数为: $\lambda=16, \tau=0.1, \theta=1, \sigma=1$, 效果如图 1, 表 1 为其客观对比数据。

实验 2: 选取模拟眼球的标定钢球图像序列中的某一幅 OCT 成像图片, 来研究本算法对于实际问题的处理能力, 这里分别运用均值滤波、半软阈值方法^[9]和本文算法进行降噪处理, 图 2 为实验结果对比图 (均

表1 样本图像的客观评价数据

方差	加噪	去噪	加噪	去噪	时间
	MSE	MSE	PSNR	PSNR	
0.04	0.0075	0.0017	14.0510	20.4826	1.60
0.06	0.0111	0.0025	12.3952	18.9224	1.43
0.08	0.0145	0.0034	11.2088	17.4883	1.62



(a) 噪声图像 (方差为 0.04) (b) 去噪图像 (方差为 0.04) (c) 噪声图像 (方差为 0.06)

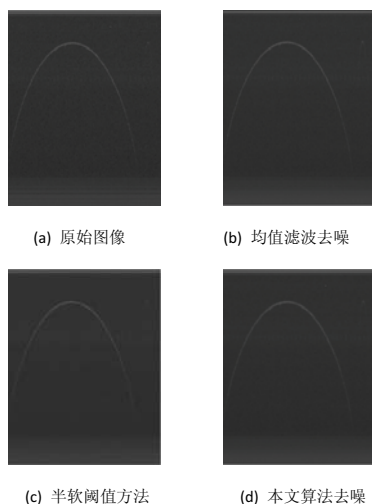


(d) 去噪图像 (方差为 0.06) (e) 噪声图像 (方差为 0.08) (f) 去噪图像 (方差为 0.08)

图1 样本图像的处理结果

已同等调整图像显示动态范围)。

从实验1的结果可以看出,基于原始-对偶算法的去噪方法对不同噪声水平的图像均有较好的抑制作用,同时保留了图像中的大部分纹理信息。实验2的结果表明,本文算法对于实际的OCT图像,在去掉散斑噪声的同时,更好地保留了图像边缘和细节信息,而均值滤波处理会损失过高的高频细节,半软阈值方法注重了平滑处理,但阈值函数参数的确定比较复杂,一旦选错参数,就容易使图像模糊。因此本文算法既克



(c) 半软阈值方法 (d) 本文算法去噪

图2 OCT图像处理结果

服了均值滤波过度平滑的缺点,又避免了半软阈值方法丢失细节的问题,同时计算较为简单,容易实现。

4 总结

抑制散斑噪声的同时有效保留边缘特征是医学图像处理中的一个重要问题,其结果直接影响到边缘检测、特征提取等后续处理环节。本文提出一种基于原始-对偶算法的OCT图像去噪算法,其主要特点是能够应用到不同的问题中(如去模糊、运动估计等),编程容易实现,同时处理过程能够很好保留图像的边缘细节信息,适用于低成本健康应用的多种图像分析问题,特别是OCT和超声图像,具有可观的前置价值。但是本文算法仍然有可以改进的地方,如计算耗时较长、如何应用到实时处理领域等。本文算法还有待在更广泛的应用问题和图像集上继续检验和完善。

致谢:本工作由深圳市低成本健康重点实验室和深圳市生物医疗电子与健康信息公共技术服务平台资助。

参考文献

- [1] Huang D, Swanson E A, Lin C P, et al. Optical coherence tomography [J]. Science, 1991, 254(5035): 1178-1181.
- [2] Chan T F, Shen J H. Image processing and analysis - variational, PDE, wavelet, and stochastic methods [M]. SIAM, 2005.
- [3] Rudin L, Lions P L, Osher S. Multiplicative denoising and deblurring: Theory and algorithms [J]. Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision, and Graphics, 2003, 103-119.
- [4] Rockafellar R T. Convex analysis [M] Princeton Univ Pr, 1997, vol. 28.
- [5] Moreau J J. Proximité et dualité dans un espace hilbertien [J]. Bull. Soc. Math. France, 1965, 93(2): 273-299.
- [6] Chambolle A, Pock T. A first-order primal-dual algorithm for convex problems with applications to imaging [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2011, 40(1): 120-145.
- [7] 李佳, 王笑梅. OCT 图像降噪混合滤波方法 [J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(5): 1738-1741.
- [8] Ralston T S, Atkinson I, Kamalabadi F, et al. Multi-Dimensional Denoising of Real-Time Oct Imaging Data [C]// in Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. ICASSP 2006 Proceedings. 2006 IEEE International Conference on Toulouse, 2006, pp. II-II.
- [9] 赵继印, 李先涛, 赵静荣, 等. 基于半软阈值法的图像小波去噪方法 [J]. 大庆石油学院学报, 2004, 28(001): 63-66.